

OSCILLATIONS IN MASS-SPRING SYSTEM: Computational Simulation In Python.

OSCILAÇÕES EM SISTEMA MASSA-MOLA: Simulação Computacional Em Python.

OSCILACIONES EN SISTEMA MASA-RESORTE: Simulación Computacional En Python.

Gabriela Silva Barbosa¹
Joymayron Trindade de Souza²
Willian Thiago Campos de Paiva³
Sérgio Otávio Barbosa Dias⁴
Francisco Coutinho Pereira⁵
Juliana Marise De Lira⁶

DESCRIPTORS

Lei de conservação de energia, movimento harmônico simples, Sistema massa-mola, Python.

DESCRITORES

Law of conservation of energy, simple harmonic motion, mass-spring system, Python.

DESCRIPTORES

Ley de conservación de la energía, movimiento armónico simple, Sistema masa-mola, Python.

ABSTRACT:

Introduction: Engineering is essential for the development and transformation of society, ensuring the safety and maintenance of infrastructure. In Civil and Electrical Engineering, the laws of conservation of energy and SHM are used in vibrational analyses of bridge and building structures to ensure their stability and safety. Objective: To develop and analyze a mass-spring system, investigating its oscillatory characteristics, energy conservation, and the effects of practical losses, such as friction and air resistance. Methodology: A computerized mass-spring system developed in the Python programming language was used. Results: The analysis sought to compare the theoretically calculated period and frequency values with those generated by the computer simulation. The theoretically calculated values and those measured in the simulation were identical. Conclusion: Therefore, given the results obtained in the computer simulation in Python, it was possible to experimentally verify all the characteristics inherent to a mass-spring system that performs a Simple Harmonic Motion (SHM).

RESUMO:

Introdução: Na Engenharia Civil e Elétrica, as leis de conservação de energia e MHS são utilizadas em análises vibracionais em estruturas de pontes e edifícios para garantir sua estabilidade e segurança. **Objetivo:** Desenvolver e analisar um sistema massa-mola, investigando suas características oscilatórias, a conservação de energia e os efeitos de perdas práticas, como atrito e resistência do ar. **Metodologia:** Utilizou-se de um sistema computadorizado de massa-mola, desenvolvido pela linguagem de programação Python. **Resultados:** Análise buscou comparar os valores de período e frequência calculados teoricamente com aqueles valores gerados pela simulação computacional. Os valores calculados teoricamente e os medidos na simulação foram idênticos. **Conclusão:** Portanto, diante dos resultados obtidos na simulação computacional em Python, foi possível verificar experimentalmente todas as características inerentes a um sistema massa-mola que executa um Movimento Harmônico Simples (MHS).

RESUMEN:

Introducción: La ingeniería es esencial para el desarrollo y la transformación de la sociedad, garantizando la seguridad y el mantenimiento de la infraestructura. En ingeniería civil y eléctrica, las leyes de conservación de la energía y MAS se utilizan en análisis vibracionales de estructuras de puentes y edificaciones para garantizar su estabilidad y seguridad. Objetivo: Desarrollar y analizar un sistema masa-resorte, investigando sus características oscilatorias, conservación de energía y los efectos de pérdidas prácticas, como la fricción y la resistencia del aire. Metodología: Se utilizó un sistema masa-resorte computarizado desarrollado en el lenguaje de programación Python. Resultados: El análisis buscó comparar los valores de período y frecuencia calculados teóricamente con los generados por la simulación por computadora. Los valores calculados teóricamente y los medidos en la simulación fueron idénticos. Conclusión: Por lo tanto, dados los resultados obtenidos en la simulación por computadora en Python, fue posible verificar experimentalmente todas las características inherentes a un sistema masa-resorte que realiza un Movimiento Armónico Simple (MAS).

¹ Discente do Curso superior de Engenharia Civil, Centro Universitário de Ciências e Tecnologias do Maranhão), Caxias, Maranhão, Brasil, arg.gabrielabarbosa@gmail.com

² Discente do Curso superior de Engenharia Civil, Centro Universitário de Ciências e Tecnologias do Maranhão), Caxias, Maranhão, Brasil, eng.joymayron@gmail.com

³ Discente do Curso superior de Engenharia Civil, Centro Universitário de Ciências e Tecnologias do Maranhão), Caxias, Maranhão, Brasil, wthiago3167@gmail.com

⁴ Discente do Curso superior de Engenharia Elétrica, Centro Universitário de Ciências e Tecnologias do Maranhão), Caxias, Maranhão, Brasil, sergiodyas9@gmail.com

⁵ Discente do Curso superior de Engenharia Civil, Centro Universitário de Ciências e Tecnologias do Maranhão), Caxias, Maranhão, Brasil, frankmatematica@hotmail.com

⁶ Docente do Curso de Engenharia Civil e Elétrica, Centro Universitário de Ciência e Tecnologia do Maranhão - UniFacema. Caxias, Maranhão - Brasil, juliana.matias@unifacema.edu.br

1. INTRODUÇÃO/CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A engenharia é indispensável para o desenvolvimento e transformação da sociedade, garantindo a segurança e a manutenção da infraestrutura, além da melhoria da qualidade de vida e, até mesmo, da saúde das pessoas. Para isso, é de suma importância a compreensão profunda dos princípios da física básica, por ser através destes conceitos que se desenvolvem soluções inovadoras e eficazes para os desafios da engenharia. Dentre as teorias, estas são consideradas os pilares da engenharia moderna: o movimento harmônico simples (MHS) e a lei de conservação de energia.

De acordo com Vasconcellos (2024), a lei de conservação de energia não se resume a gerar nem perder energia, mas sim a transformar e, por meio dela, gerar movimento.

Na Engenharia Civil, as leis de conservação de energia e MHS são utilizadas em análises vibracionais em estruturas de pontes e edifícios para garantir sua estabilidade e segurança. A lei de conservação de energia é empregada em cálculos que determinam a quantidade de energia que as construções absorverão (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2023). Já na Elétrica, o MHS é ferramenta de precisão do funcionamento de circuitos osciladores usados em dispositivos eletrônicos, enquanto a Lei de conservação de energia comprova-se a eficiência desses circuitos.

Como exemplo, a ponte do Rio-Niterói no Rio de Janeiro utiliza o sistema de amortecimento baseado no MHS para minimizar oscilações causadas por ventos, tráfego e outros fatores externos (MONEGO; BERNARDI, 2025). Já no meio de conservação de energia o principal exemplo são as Usinas Hidrelétricas O princípio de conservação de energia é essencial para o funcionamento dessas usinas.

Este trabalho visa desenvolver e analisar um sistema massa-mola, investigando suas características oscilatórias, a conservação de energia e os efeitos de perdas práticas, como atrito e resistência do ar. Foram verificados os parâmetros como constantes da mola e a massa do objeto, para avaliar sua influência no movimento oscilatório, além de medir e calcular grandezas físicas como período, frequência e energia do sistema, assim como foram analisadas as possíveis perdas de energia no sistema.

2. METODOLOGIA

Para realizar a prática do Movimento Harmônico Simples e as leis de conservação de energia, foi utilizado um sistema computadorizado de massa-mola desenvolvida pela linguagem de programação Python, onde uma mola helicoidal é colocada em uma superfície horizontal, estando fixa em uma de suas extremidades e a outra fica livre, no qual se coloca o peso de formato cúbico com uma determinada massa. Nessa extremidade livre é colocado pesos com diferentes massas, essas forças irão produzir movimentos oscilatórios, brotando diferentes deformações na mola, ou seja, o movimento irá modificar a grandeza da mola. Essas oscilações serão comparadas conforme os valores teóricos testadas de forma práticas e por meio de uma linguagem de programação de alto nível que é o Python, para esses experimentos foram utilizadas massas 3kg, 5kg e 8kg simulando período (T) e frequência (F).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste tópico, serão apresentados os resultados obtidos a partir dos cálculos teóricos e experimentais do Movimento Harmônico Simples

(MHS) de um sistema computadorizado de massa-mola, desenvolvido pela linguagem de programação *python*. A trajetória desta análise busca a comparação dos valores de período e frequência calculados teoricamente com aqueles valores determinados simuladamente, discutindo também a sua análise de conservação de energia. Ademais, a análise abordará posteriormente, a dissipação de energia devido ao atrito e à resistência do ar, os quais afetam de forma direta as oscilações do sistema.

3.1 - Cálculo de Período e Frequência

Para calcular o período (T) de um sistema massa-mola, utiliza-se a fórmula 1:

Fórmula 1 - Equação do Período (T)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2023)

Em que m equivale à massa (kg) e k é a constante elástica da mola (N/m).

Para calcular a frequência (F) de um sistema massa-mola, usa-se a fórmula 2:

Fórmula 2 - Equação da Frequência (f)

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2023)

Observe que, a frequência é o inverso do período (T).

A tabela abaixo apresenta os valores teóricos e computadorizados para o período (T) e a frequência (F) de oscilação do sistema massa-mola, utilizando três diferentes constantes elásticas das molas ($K_1 = 250 \text{ N/m}$, $K_2 = 400 \text{ N/m}$, $K_3 = 600 \text{ N/m}$) e três pesos com massas diferentes ($M_1 = 3 \text{ Kg}$, $M_2 = 5 \text{ Kg}$, $M_3 = 8 \text{ Kg}$).

Figura 1 - Tabela comparativa dos valores teóricos e simulados de período (T) e frequência (F)

| SISTEMA | K (N/m) | M (Kg) | $T_{teórico}$ | $f_{teórico}$ | T_{simul} | f_{simul} |
|----------|---------|--------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| K_1M_1 | 250 N/m | 3 Kg | 0,6882 s | 1,452 Hz | 0,6882 s | 1,452 Hz |
| K_1M_2 | 250 N/m | 5 Kg | 0,8885 s | 1,125 Hz | 0,8885 s | 1,125 Hz |
| K_1M_3 | 250 N/m | 8 Kg | 1,1239 s | 0,889 Hz | 1,1239 s | 0,889 Hz |
| K_2M_1 | 400 N/m | 3 Kg | 0,5441 s | 1,837 Hz | 0,5441 s | 1,837 Hz |
| K_2M_2 | 400 N/m | 5 Kg | 0,7024 s | 1,423 Hz | 0,7024 s | 1,423 Hz |
| K_2M_3 | 400 N/m | 8 Kg | 0,8885 s | 1,125 Hz | 0,8885 s | 1,125 Hz |
| K_3M_1 | 600 N/m | 3 Kg | 0,4442 s | 2,250 Hz | 0,4442 s | 2,250 Hz |
| K_3M_2 | 600 N/m | 5 Kg | 0,5735 s | 1,743 Hz | 0,5735 s | 1,743 Hz |
| K_3M_3 | 600 N/m | 8 Kg | 0,7255 s | 1,378 Hz | 0,7255 s | 1,378 Hz |

Fonte: Autores (2025)

Como demonstrado na Figura 1, os valores simulados para o período (Tsimul) e a frequência (Fsimul) foram exatamente idênticos aos valores teóricos (Tteórico e Fteórico). Isso sugere que a simulação foi precisa e reproduziu fielmente o comportamento esperado do sistema massa-mola, mesmo com a presença de amortecimento. Os valores idênticos entre os resultados teóricos e simulados indicam que os efeitos dissipativos, como o atrito e a resistência do ar, não foram suficientemente inseridos no modelo MHS, ou então, sua influência foi muito pequena para alterar de maneira significativa a dinâmica do movimento oscilatório. Isso sugere que o modelo simulado foi capaz de reproduzir a dinâmica do sistema de forma precisa, desconsiderando ou minimizando os efeitos de dissipação.

3.2 - Conservação de Energia no Sistema Oscilatório:

A análise da conservação de energia foi realizada considerando tanto a energia potencial elástica (E_{pel}) quanto a energia cinética (E_c) e a energia mecânica (E_m) durante as oscilações. As equações utilizadas foram descritas pelos autores Halliday, Resnick e Walker (2023):

Equação 1 - Energia Potencial Elástica

$$E_{pel} = \frac{kx^2}{2}$$

Equação 2 - Energia Cinética

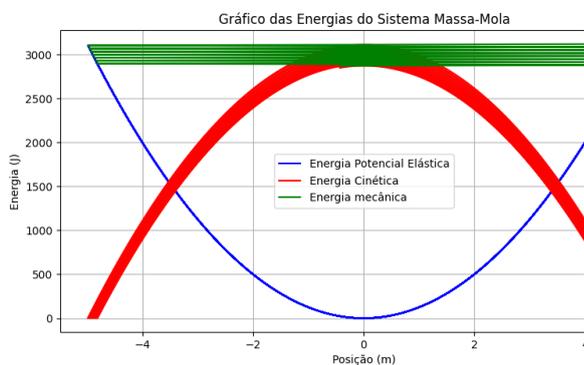
$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Equação 3 - Energia Mecânica

$$E_m = E_c + E_{pel}$$

Em um sistema ideal, é esperado que a soma da energia potencial elástica e cinética seja constante. Entretanto, devido à presença de amortecimento, houve uma diminuição gradual da energia mecânica ao longo das oscilações, como ilustrado no Gráfico 1:

Gráfico 1 - Variação das Energias Cinética, Potencial Elástica e Mecânica ao Longo da Oscilação



Fonte: Autores (2025)

A perda de energia observada no gráfico é causada por dois fatores:

1. O atrito viscoso:

Sendo representado na simulação como fator de amortecimento, reduziu de forma gradual a amplitude das oscilações.

2. A resistência do ar:

Embora tenha tido um impacto menor, conseguiu influenciar o comportamento do sistema, especialmente para massas menores e molas menos rígidas, devido ao aumento da amplitude e da dissipação de energia. Isso ocorre por conta que sistemas com massas menores e molas mais flexíveis, apresentam menor frequência de oscilação e maior amplitude, o que aumenta a interação com o meio externo, resultando em maior dissipação de energia.

3.3 - Comparação entre Modelo Teórico e Simulado:

A comparação entre os resultados obtidos de modo teórico e simulados demonstrou que o comportamento do sistema foi reproduzido com grande precisão na simulação. Os valores calculados teoricamente e os medidos na simulação foram idênticos, indicando a consistência do modelo computadorizado com a formulação teórica do Movimento Harmônico Simples (MHS).

4. CONCLUSÕES

Portanto, diante dos resultados obtidos na simulação computacional em Python, foi possível verificar experimentalmente todas as características inerentes a um sistema massa-mola que executa um Movimento Harmônico Simples (MHS). A concordância entre os dados simulados e os valores teóricos calculados utilizando as equações clássicas do MHS demonstra a precisão e a validade do modelo computacional empregado. Foi possível notar, com clareza, a relação direta entre a força restauradora, o deslocamento da massa e a aceleração, características do MHS. A frequência do movimento, bem como a constância do período e da frequência, também foi demonstrada, evidenciando o comportamento oscilatório previsto pela teoria. A simulação em Python proporcionou uma representação eficiente e precisa do MHS, permitindo a validação experimental das características teóricas desse modelo físico.

REFERÊNCIAS

1. Faber, A. P. Caracterização de Dinâmica Caótica em Oscilador Não-Linear Amortecido. Orientador: Dr. André Luis Prando Livorati. 2021. 100 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro,

Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021.
Disponível em:
<http://hdl.handle.net/11449/214536> . Acesso em: 30 mar. 2025.

2. Halliday, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl

Fundamentos de Física - Mecânica - Volume 1. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2023. E-book. p.i. ISBN 9788521638551. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/read/er/books/9788521638551/>. Acesso em: 27 mar. 2025.

3. Halliday, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl.

Fundamentos de Física - Gravitação, Ondas e Termodinâmica - Volume 2. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2023. E-book. p.91. ISBN 9788521638568. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/read/er/books/9788521638568/> . Acesso em: 27 mar. 2025.

4. Monego, Fernanda; BERNARDI, Douglas F. Uso de

Atenuadores Dinâmicos Sincronizados na Ponte Rio Niterói. In: Seminário Sul Brasileiro de Pontes e Estruturas, IV, 2024, Porto Alegre. Anais eletrônicos [...] Porto Alegre: ABPE, 2025. Disponível em: http://abpe.org.br/trabalhos/bpe2024/trabalhos/ID_002.pdf. Acesso em: 29 mar. 2025.

5. Vasconcellos, Arnaldo. Revisitando O Princípio De

Conservação De Energia E A Descoberta Do Neutrino A Partir De Uma Análise Lakatosiana. Revista de Filosofia Moderna e Contemporânea, v.12, n.01, p. 221-254, jan-abril, 2024. Disponível em: <https://philpapers.org/rec/VASROP-2>. Acesso em: 23 mar. 2025.